

几何表达式教程

wuyudi 译 mathlab 排版

2018 年 8 月 28 日

©2016年Saltire Software。保留所有权利。

本文件内的资料如有更改，恕不另行通知。本产品的分销和销售仅供原购买者使用。根据著作权法，未经Saltire software公司事先书面同意，除软件许可协议中所述的方式外。任何文件或软件，全部或部分，均不得复制、复印、复制、翻译或还原为任何电子媒介或机器可读的形式。

Saltire Software, Inc

PO Box 230755

Tigard, OR 97281 0755

<http://www.saltire.com>

<http://www.geometryexpressions.com>

几何表达式是Saltire Software Inc的注册商标。

本材料基于国家科学基金会在第0750028号拨款项下支持的工作

目录

0.1	教程1: 定义, 并且解决一个问题	1
0.1.1	探索用户界面	2
0.1.2	定义一个问题	4
0.1.3	计算输出	7
0.1.4	解决一个约束冲突	7
0.1.5	创建你自己的表达式	10
0.2	教程2: 创建和操作曲线	11
0.2.1	画一条轨迹	11
0.2.2	锁定一个变量	14
0.2.3	动画一个变量。	15
0.2.4	计算参数方程和隐式方程	16
0.2.5	对称轨迹	16
0.2.6	比较轨迹和对称方程	17
0.2.7	自己探索	17

教程

这些教程是为了帮助你开始使用几何表达式而提供的，它们参考了用几何表达式解决几何问题中讨论的话题，所以我们推荐你先阅读。

文档约定

你看：	它的意思是：
Return	返回键控制
Control-Z	同时按下ctrl 和 z。
Enter	键入值或单击以制作对象，然后按回车。
文件>新建	从“文件”菜单中执行新建绘图文件命令。

0.1 教程1：定义，并且解决一个问题

在这个教程中，你将会：

- 探索工具，
- 定义一个简单问题，
- 计算输出，
- 解决一个约束限制，
- 添加并且计算一个表达式。

当你在工作时，请记住，你无需第一次就画得正确，因为在你工作时，几何表达式将会基于你所创造的约束来更正绘制的对象。

你也不需要担心犯其他种类的错。多重的**编辑>撤销** (ctrl+z)，**编辑>重做** (ctrl+Y) 让你在一系列步骤中后退或者前进。所以尽情的按照你自己的步伐探索。

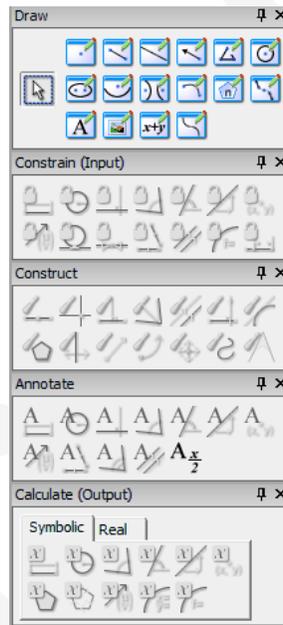
0.1.1 探索用户界面

1. 如果你还没打开，请启动几何表达式，新建文件。

2. 选择文件>新建。

一个新的空白文件打开了。占据了窗口的左边和中心。

在右边，从上到下是定义解决几何问题的过程的工具的模块：



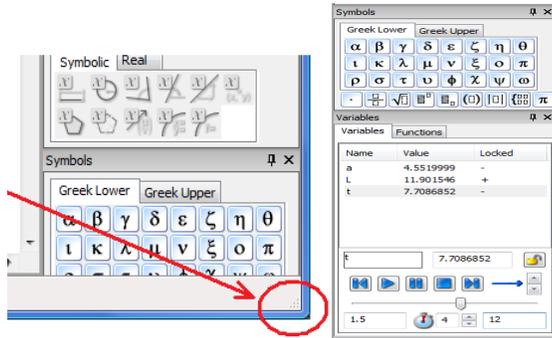
- 绘制物体，
- 约束几何图形，
- 创建结构，
- 添加注释
- 并且计算输出。

附加的工具模块提供了：

- 插入符号，
- 控制变量的值。

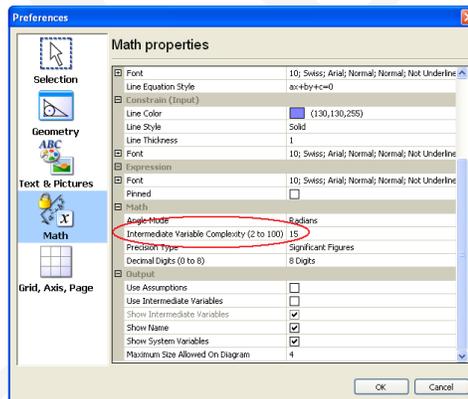
如果一些模块看上去太模糊了，请放大你的显示尺寸。

0.1 教程1: 定义, 并且解决一个问题

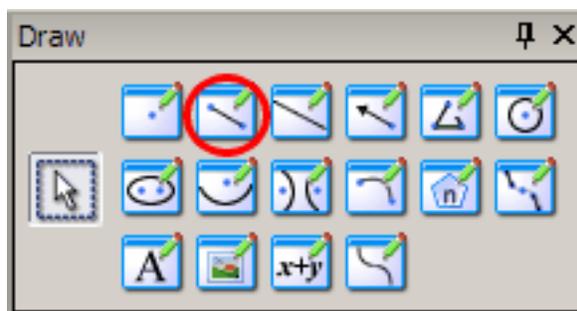


3. 你可以通过点击模块箱右上角的叉来单独的隐藏一个模块工具箱。通过这种方法, 你可以选择关闭那些你不会用到的工具箱。这些教程不会用到符号工具箱, 所以如果你希望你可以在现在关掉他们。要想显示一个隐藏掉的工具箱, 请选择视图菜>工具面板。子菜单列出工具箱和主要工具栏 (窗口顶部的图标条)。通过勾选来显示工具。没有勾选的工具被隐藏起来。

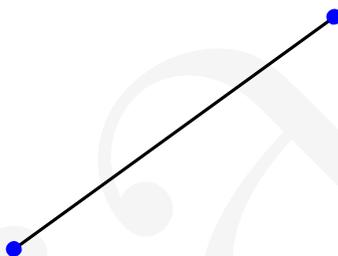
你可以用多种方式定制用户界面。可用的视图菜单选项控制缩放、缩放比例、轴等。以及其他的在编辑>偏好设置中的选项, 处理其他视觉, 文本和数学属性。例如, 在“数学”选项卡下, 可以设置中间值的阈值。变量的复杂性, 这在某些情况下会显著影响计算出的实际表达式。低阈值告诉应用程序只替换简单的中间变量, 这样你就可以看到更多的中间变量。一逐渐增大的阈值导致逐步增大的替代。更复杂的中间变量, 所以你会看到更少但更复杂的表达式。



4. 在绘图工具箱中选择线段工具。



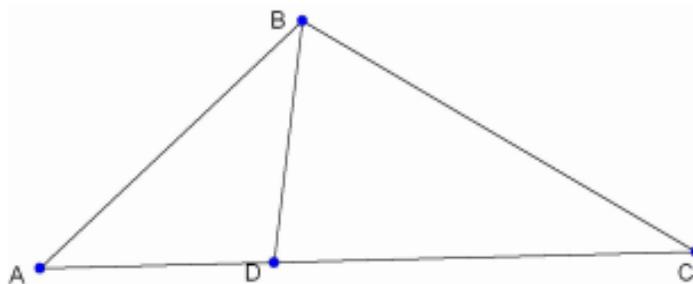
5. 从图左下方开始，单击并按住鼠标按钮，当你向右上画一个线段。几何表达式在第一次按下时在鼠标按钮的位置放置第一点。以及释放它的第二个点。然后标签第一点A和第二点B。



6. 当线段工具还在被选中的时候。在绘画区域，移动鼠标。通过一个或两个顶点。
7. 几何表达式追踪，绘图光标的位置。当光标和一个几何物体靠得非常近的时候点选光标。

0.1.2 定义一个问题

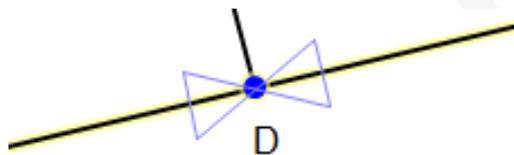
在开始时，我们将会使用第一条线和其他的三条线，来创造一些像这样的东西。



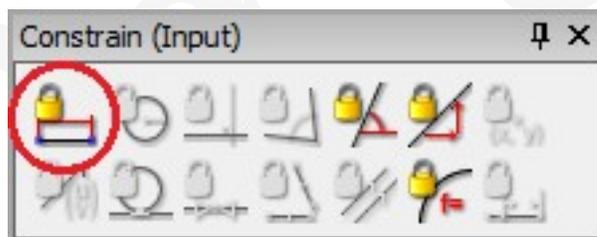
0.1 教程1: 定义, 并且解决一个问题

1. 再次使用线段工具, 在B点点击光标, 并且画其他三根线段。BC, AC, BD; 请记住, 没有需要去精确的画图。

为了确保D点, 被约束在线段AC上。把光标和线段AC靠得足够近来选中线段AC, 然后D点就会自动的被吸附在上面。

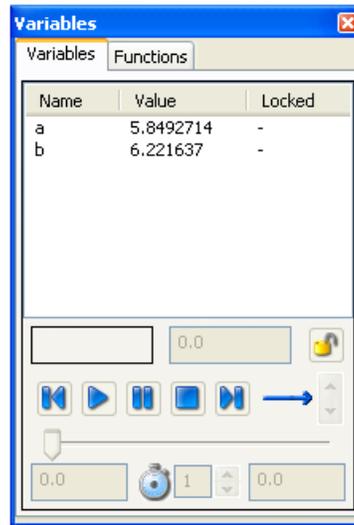


2. 更改为选择工具并点选线段AB
3. 当一个物体被选中后, 一些约束工具箱的工具就可以被使用了。选择长度约束工具。工具提示给了每个工具一个名字, 你可以通过名字来看可能的选项。



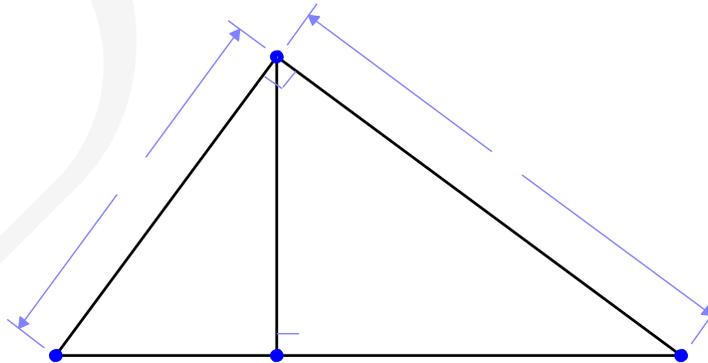
约束和默认变量a一起出现了, 选择a并修改, 按回车来确认。

4. 选中线段b, 并且重复上面的两步操作, 来约束它的长度为b。
5. 现在你已经为你的绘图添加了两个变量。是变量模块, 来看看他们的名字和它们的值。



在变量模板中显示的变量的值是当前的值。取自默认坐标系。注意到这些值会随着你的修改而改变两边的长度。反之亦然，如果你选择变量并在变量模板中改变它的值。几何对象也会因此而改变。

6. 在变量列表中选择变量a，然后在下方的输入区输入最接近的整数。
7. 同时选中线段AB和BC。你可以通过先选择第一个对象，然后按住shift键，并且做出后续选择来选中多个对象。
8. 选择了两个对象，您将看到启用了不同的约束工具集。
单击垂直约束将角度限制为 90° ，ABC现在是直角三角形。
注意C点移动了，而不是A点，尽管两个都可以移动到满足约束条件。
几何表达式在情况允许时移动最后添加的对象。



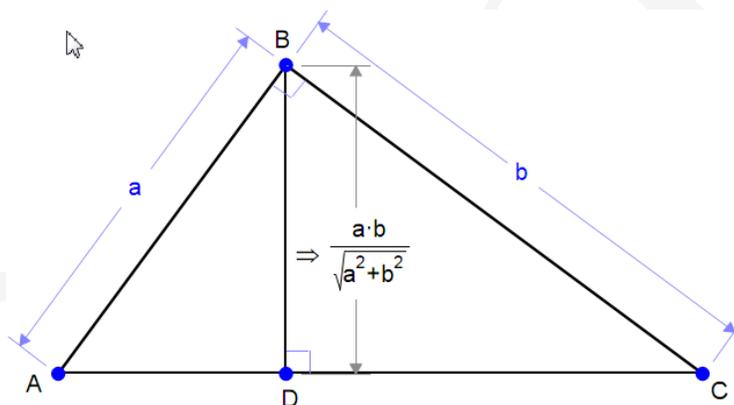
9. 还有最后一个约束要添加, 选中线段BD和AC。约束它们的角也是垂直的。

0.1.3 计算输出

假设你想要知道线段bd的长度。

1. 选择BD。
2. 计算面板提供了两个数值—实数和表达式—符号。如果符号还没有在前面, 点击它, 然后点击距离/长度计算。

一个表达式出现了。展示了所要求的基于两个变量, a和b的长度。它现在被选中了, 允许你拖到你想要的任何地方。

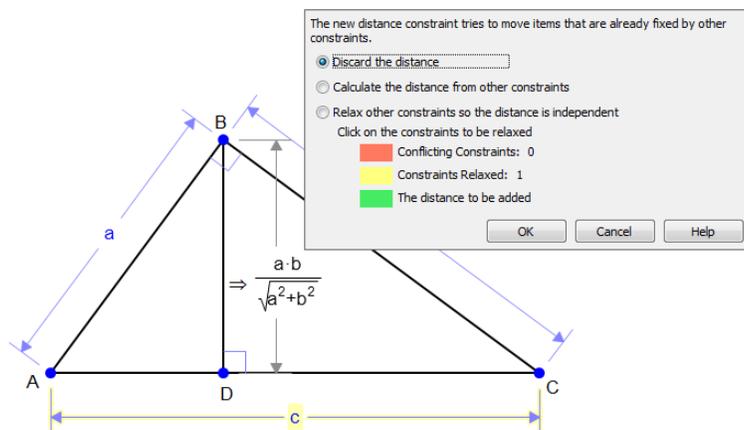


出现在表达式左边的双箭头 \Rightarrow 表示, 表达式是应用程序计算的输出。

0.1.4 解决一个约束冲突

在两条边的长度, 和角都已经被约束好之后。这个三角形已经完全确定了。你新加的任何约束都会与已知的冲突。尽管这看上去很显然, 但你接下来可能会遇到不那么显然的冲突。这个任务教你通过一些必须的步骤来解决这些冲突。

1. 选中线段AC, 然后加上一个长度约束, 你会看到这个对话框。



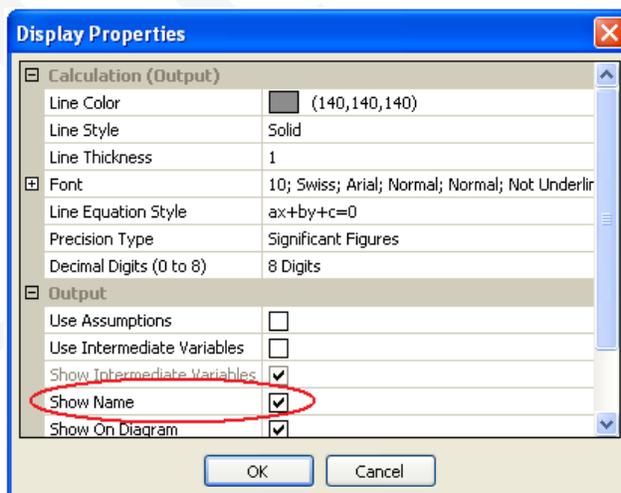
2. 这个对话框给了你三种选择：

—取消操作，让绘图保持它原来那样。

—保持其余的约束不变，并从他们来计算所要求的长度。这个选项将，计算长度取代了约束线段的长度。

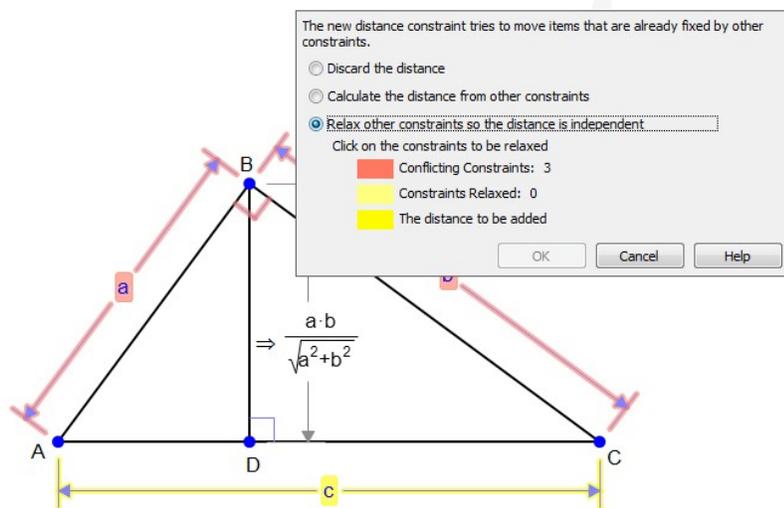
—释放一个已知的约束从而增加一个新的约束。然后你可以选择释放哪个约束？

3. 单击第二个单选按钮，计算与另一个的距离约束，并关闭对话框。您将看到表达式与箭头 (\Rightarrow) 表示输出。如果变量模块（在属性展示对话框。）也被勾选了。这个表达式也会被给予一个名字。

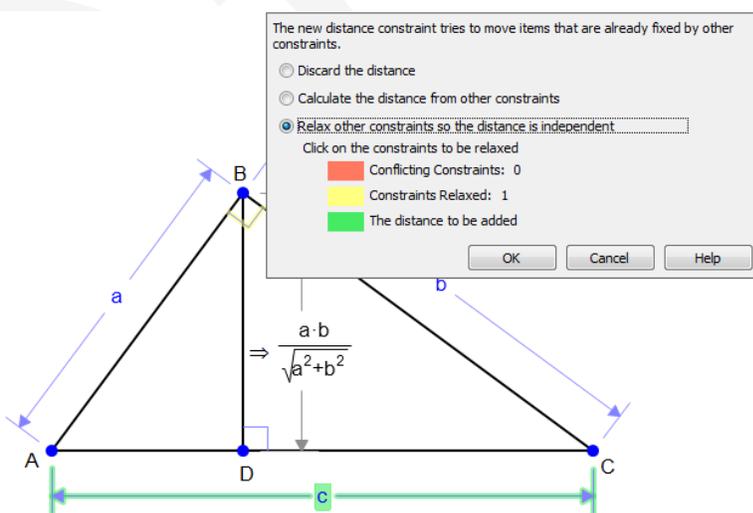


4. 编辑>撤销。

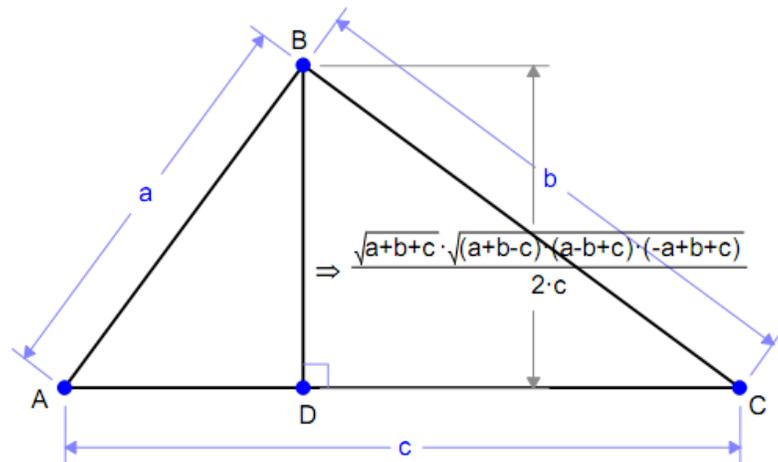
5. 再次尝试增加新的约束。这次, 单击第三个单选按钮, 释放其余的约束使得距离不受约束。当你点击时, 冲突的约束显示为红色, 新的约束显示为黄色。



6. 点击B处的角度, 它的高光变化表明它被选中了; 冲突的约束高光消失, 新的约束呈现为绿色。



7. 单击确定。现在这个图包含了长度约束c, 而B的垂直角约束消失了。



8. 编辑>撤销。我们待会需要这个垂直的角。让绘图保持原样，去掉长度约束c。

0.1.5 创建你自己的表达式

几何表达式可以把，输出计算为表达式。但你也可以在一个绘画中定义，并且加上你自己的表达式。

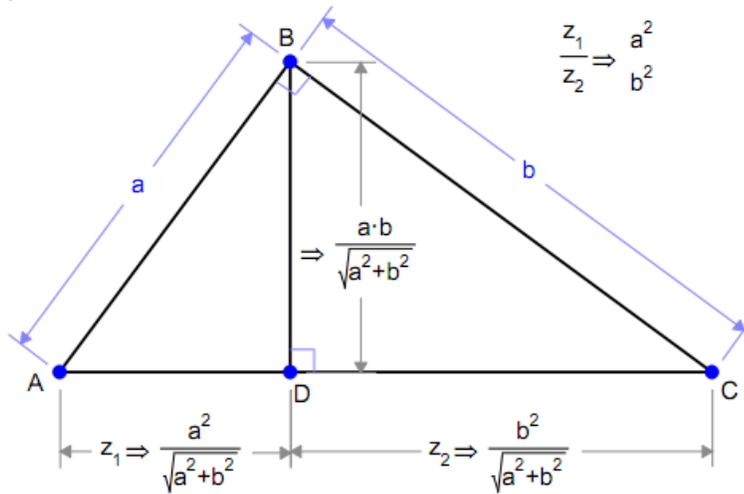
1. 选中点A和点D。
2. 计算它们之间的距离作为符号输出。
3. 选择刚才输出的表达式。
4. 右击，然后选择输出属性>显示名称>是。

在箭头的左边，出现了 z_n 的名字。（如果文件是新的，这将是 z_1 ，但是您所做的任何实验操作都可能将下标推到更高的数字。）

这是作为表达式名称的应用程序指定的符号。通过双击名称并重新输入，可以将这个标签更改为更有意义的内容。

5. 选择两点D和C，重复前面的三个步骤来获得第二个表达式，这个表达式名为 $z_{(n+1)}$ (z_2)。
6. 使用这些名称或您选择的任何名称，使用这些距离创建表达式。例如，您可以计算这两个长度的比值。

7. 在绘图面板中, 选择表达式工具 
8. 在绘图区中单击要放置表达式的地方。表达式显示为0, 被选中用于覆盖。输入:
 $z[n]/z[n+1]$ 或使用你创建的任何名称。
- 然后表达式被计算并显示。(方括号变成了下标。)



0.2 教程2: 创建和操作曲线

本教程允许您练习一些更高级的几何表达式特性。在本教程中, 您将:

- 创建一个轨迹,
- 锁定变量值来看它对绘画的影响,
- 通过设置启动和停止一个变量的值来动画绘图,
- 计算两种轨迹方程,
- 创建它的对称,
- 比较轨迹的方程和它的对称后的方程。

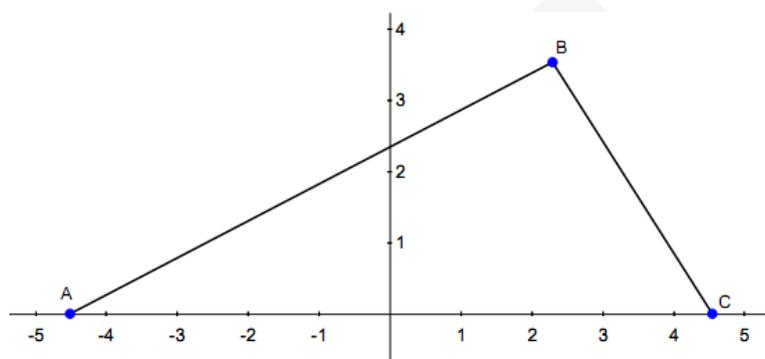
0.2.1 画一条轨迹

我们现在要重新进行一个旧的练习: 用铅笔, 两个大头针, 和一根绳子画一个椭圆。

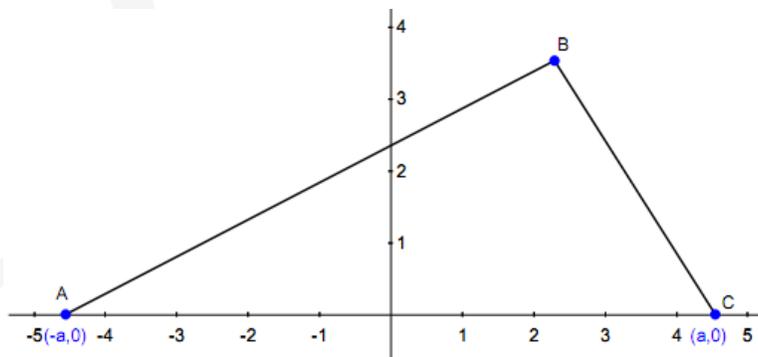
1. 通过单击工具栏中的网格工具来打开坐标轴。



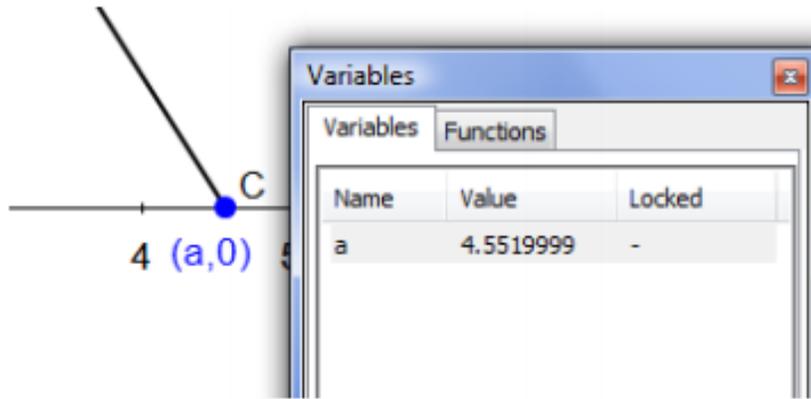
2. 做两条线段，AB和BC。点A和点C是大头针，点B代表铅笔。



3. 选择A点。
4. 单击约束>坐标图标。
5. 在数据输入框中键入（带括号或不带括号）：
 $(-a, 0)$
6. 选择点C并将其坐标限制为 $(a, 0)$ 。



7. 在变量面板中检查a的值。

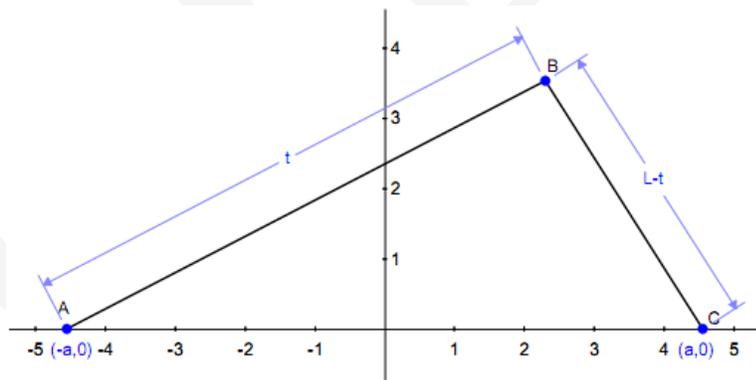


8. 重新选择A，并将其拖向右一小段距离。当你拖动,注意:

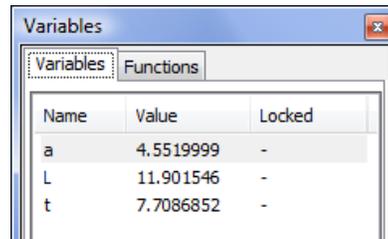
- 现在A被约束沿X轴运动；上下拖动没有效果。
- 移动A时，C也运动。
- 移动时，相关的变量a的值在变量列表变化。

9. 选择直线AB并将其长度限制为距离t。

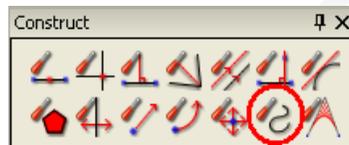
10. 选择行BC并将其长度限制为L-t。L现在表示绳子的长度。



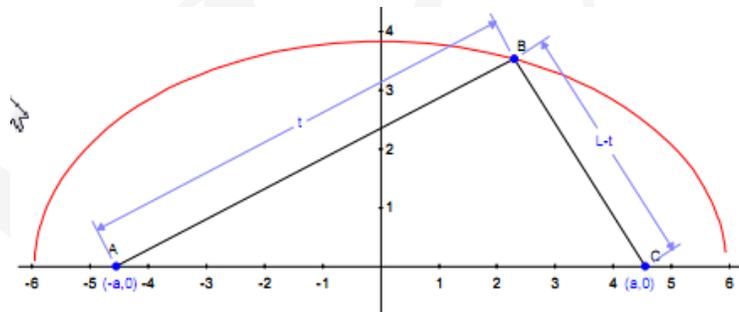
11. 注意，两个新变量出现在变量列表中。



12. 选择B点。
13. 在构造模块中，选择轨迹，通过B构建一个轨迹。



14. 在结果对话框中，选择t作为参数变量，输入0-25的开始值和结束值，猜测这可能会产生一个完整的曲线。轨迹出现了，是椭圆的一半，在X轴的上方。

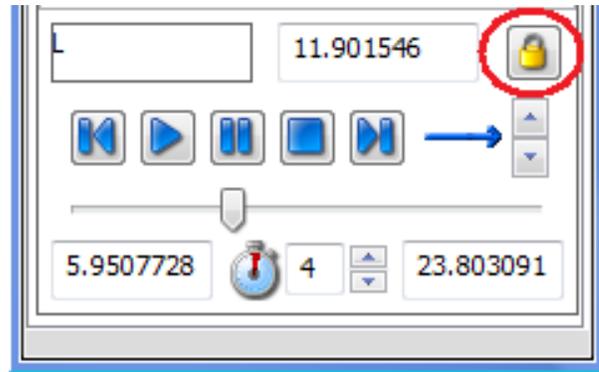


15. 现在上下拖动B，相当于改变绳子的长度，看看椭圆是如何变化的。您还可以拖动A或C来更改大头针的位置。

0.2.2 锁定一个变量

当你用真实的大头针、铅笔和线画一个椭圆时，绳子的长度不会改变。为了模拟这个真实的行为，我们可以锁定变量L的值。

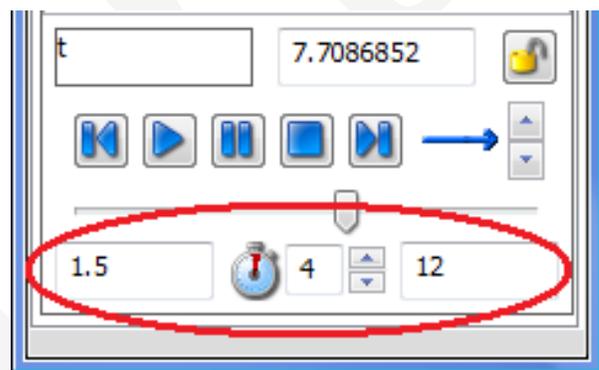
1. 在变量列表中，选择L并单击列表下面的锁图标。一个加号(+)出现在被锁列中被锁变量的旁边。



2. 选择A或C点并拖动它们。除非绳子的长度发生变化，否则无论你拖到哪个点，B都会跟踪相同的轨迹。

0.2.3 动画一个变量。

1. 你也可以给这幅画赋予动画效果。为此，我们可以为变量t设置start和stop值。
2. 在变量列表中，选择t。
3. 视频回放界面下的第一个输入字段指定了start值。输入1.5。
4. 中间字段指定动画的持续时间。接受4的默认值。右边的输入字段指定停止值。输入12。



5. 要激活绘图，请单击演示按钮（）。

注意：产生一个有趣的动画的开始和停止值在一定程度上取决于您在绘图中定位对象的位置。试着找到一个有趣的动画的值。当值让GE无法创建对象将导致对象短暂地消失（例如，如果你的开始值和停止值导致绳子断裂或大头针弹出!）当值有意义或动画停止时，它们将重新出现。

0.2.4 计算参数方程和隐式方程

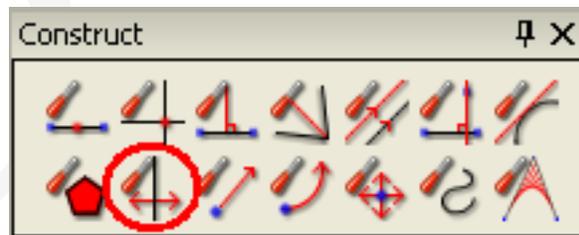
1. 选择曲线。在计算输出面板中，选择参数方程。

所得到的表达式是x和y作为t的函数的公式。

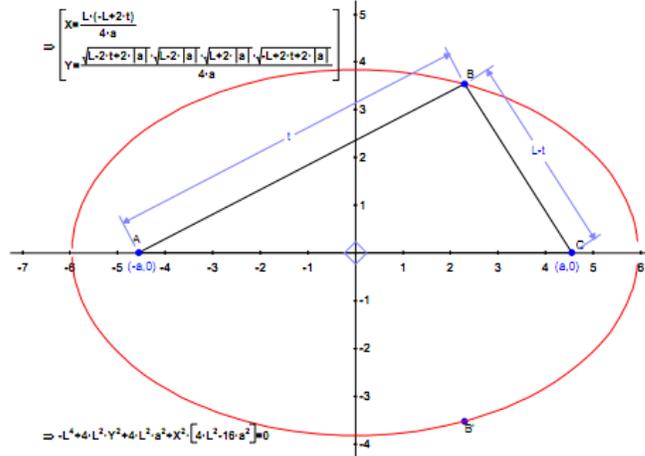
2. 再次选择曲线，这次要求隐式方程。结果表达式给出了用x和y表示的曲线公式。

0.2.5 对称轨迹

1. 选择曲线。
2. 在构造面板中，选择**对称**。状态栏现在显示一条消息，提示您选择要对称曲线的轴。



3. 单击X轴。



B也被对称出来，它的对称在下面的曲线上以B'的形式出现。

4. 选择B并拖动；B'跟着动。但是，虽然你可以选择B，但你不能拖动它；它被锁定以反映B的位置。

0.2.6 比较轨迹和对称方程

1. 选择对称曲线并请求它的参数方程（从计算面板中）。
2. 把它们并排比较，你会发现它们是一样的，除了在表达式前面有负号。
3. 如果你在隐式方程上重复这个实验，你会发现它们是一样的。

0.2.7 自己探索

祝贺你完成了入门教程。我们希望你现在能自己探索。如果你愿意，可以在我们的网站www.geometryexpressions.com上找到更多有趣的例子。