

2013 年北京高级中等学校招生考试 数 学 试 卷

学校 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

一. 选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项

1. 在《关于促进城市南部地区加快发展第二阶段行动计划(2013-2015)》中, 北京市提出了共计约 3 960 亿元的投资计划, 将 3 960 用科学记数法表示应为 ()

A. 39.6×10^2 B. 3.96×10^3 C. 3.96×10^4 D. 0.396×10^4

2. $-\frac{3}{4}$ 的倒数是 ()

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{4}{3}$

3. 在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 从中随机摸出一个小球, 其标号大于 2 的概率为 ()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

4. 如图1, 直线 a, b 被直线 c 所截, $a \parallel b$, $\angle 1 = \angle 2$, 若 $\angle 3 = 40^\circ$, 则 $\angle 4 =$ ()

A. 40° B. 50° C. 70° D. 80°

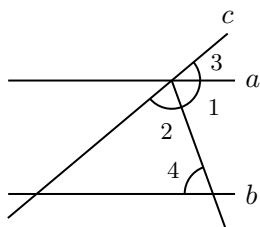


图 1

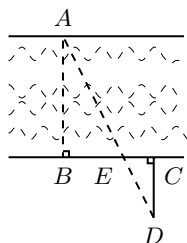


图 2

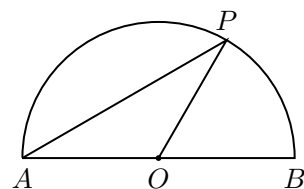


图 3 (第 8 题图)

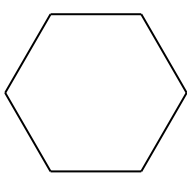
5. 如图2, 为估算某河的宽度, 在河对岸边选定一个目标点 A , 在近岸取点 B, C, D , 使得 $AB \perp BC, CD \perp BC$, 点 E 在 BC 上, 并且点 A, E, D 在同一条直线上, 若测得 $BE = 20m, EC = 10m, CD = 20m$, 则河的宽度 AB 为 ()

A. $60m$ B. $40m$ C. $30m$ D. $20m$

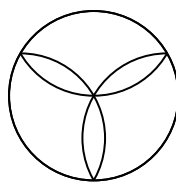
6. 下列图形中, 是中心对称图形但不是轴对称图形的是 ()



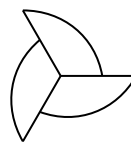
A



B



C



D

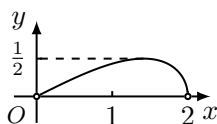
7. 某中学随机地调查了 50 名学生,了解他们一周在校的体育锻炼时间,结果如下表所示:

时间 (小时)	5	6	7	8
人数	10	15	20	5

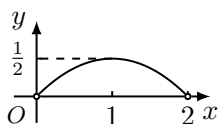
则这 50 名学生这一周在校的平均体育锻炼时间是 ()

- A. 6.2 小时 B. 6.4 小时 C. 6.5 小时 D. 7 小时

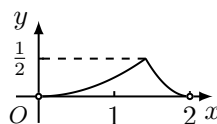
8. 如图3,点 P 是以 O 为圆心, AB 为直径的半圆上的动点, $AB = 2$,设弦 $AP = x$, $\triangle APO$ 的面积为 y ,则下列图象中,能表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是 ()



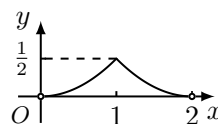
A



B



C



D

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上

9. 分解因式: $ab^2 - 4ab + 4a =$ _____.

10. 请写出一个开口向上, 并且与 y 轴交于点 $(0,1)$ 的抛物线的解析式, $y =$ _____.

11. 如图4, O 是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 的中点, M 是 AD 的中点, 若 $AB = 5$, $AD = 12$, 则四边形 $ABOM$ 的周长为 _____.

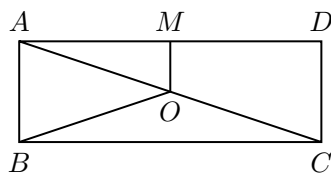


图 4

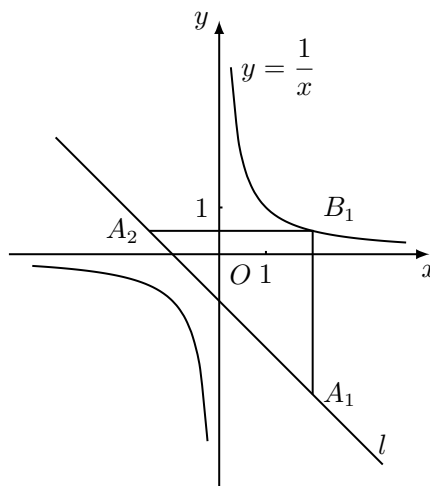


图 5

12. 如图5, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 $l: y = -x - 1$, 双曲线 $y = \frac{1}{x}$, 在 l 上取一点 A_1 , 过 A_1 作 x 轴的垂线交双曲线于点 B_1 , 过 B_1 作 y 轴的垂线交 l 于点 A_2 . 请继续操作并探究: 过 A_2 作 x 轴的垂线交双曲线于点 B_2 , 过 B_2 作 y 轴的垂线交 l 于点 A_3, \dots , 这样依次得到 l 上的点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$. 记点 A_n 的横坐标为 a_n , 若 $a_1 = 2$, 则 $a_2 =$ _____, $a_{2013} =$ _____; 若要将上述操作无限次地进行下去, 则 a_1 不能取的值是 _____.

三. 解答题, 本大题共 6 小题, 第小题 5 分, 共 30 分

13. 已知, 如图6, D 是 AC 上一点, $AB = DA$, $DE \parallel AB$, $\angle B = \angle DAE$.

求证: $BC = AE$.

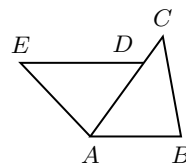


图 6

14. 计算: $(1 - \sqrt{3})^0 + |-\sqrt{2}| - 2 \cos 45^\circ + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$.

15. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x > x - 2, \\ \frac{x+1}{3} > 2x, \end{cases}$$

16. 已知 $x^2 - 4x - 1 = 0$, 求代数式 $(2x - 3)^2 - (x + y)(x - y) - y^2$ 的值.

17. 列方程或方程组解应用题

某园林队计划由 6 名工人对 180 平方米的区域进行绿化,由于施工时增加了 2 名工人,结果比计划提前 3 小时完成任务,若每人每小时绿化面积相同,求每人每小时的绿化面积.

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + 2k - 4 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 k 为正整数,且该方程的根都是整数,求 k 的值.

四. 解答题, 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

19. 如图7, 在平行四边形 $ABCD$, F 是 AD 的中点, 延长 BC 到点 E , 使 $CE = \frac{1}{2}BC$, 连接 DE, CF .

(1) 求证: 四边形 $CEDF$ 是平行四边形;

(2) 若 $AB = 4, AD = 6, \angle B = 60^\circ$, 求 DE 的长.

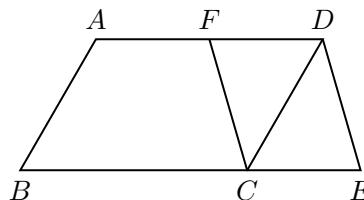


图 7

20. 如图8, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA, PC 与分别相切于点 A, C , PC 交 AB 的延长线于点 D , $DE \perp PO$ 交 PO 的延长线于点 E .

(1) 求证: $\angle EPD = \angle EDO$;

(2) 若 $PC = 6, \tan \angle PDA = \frac{3}{4}$, 求 OE 的长.

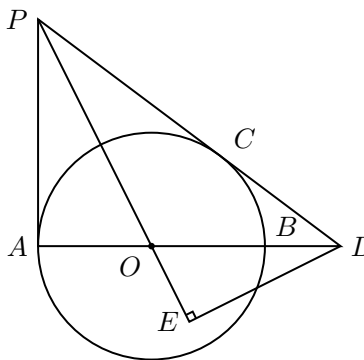
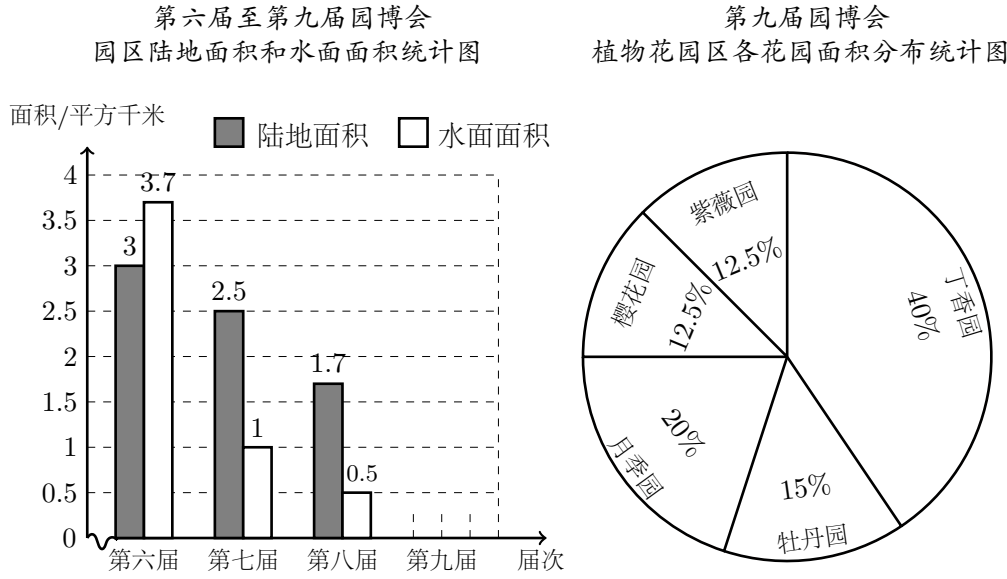


图 8

21. 第九界中国国际园林博览会(园博会)已于 2013 年 5 月 18 日在北京开幕. 以下是根据近几届园博会的相关数据绘制的统计图的一部分.



- (1) 第九界园博会的植物花园区由五个花园组成, 其中月季园面积为 0.04 平方千米, 牡丹园面积为 _____ 平方千米;
- (2) 第九届园博会园区陆地面积是植物花园区总面积的 18 倍, 水面面积是第七、八届园博会的水面面积之和, 请根据上述信息补全条形统计图, 并标明相应数据;
- (3) 小娜收集了几届园博会的相关信息(如表1), 发现园博会园区周边设置的停车位数量与日均接待游客量和单日最多接待游客量中的某个量近似成正比例关系. 根据小娜的发现, 请估计, 将于 2015 年举办的第十届园博会大约需要设置的停车位数量(直接写出结果, 精确到百位).

表 1: 第七届至第十届园博会游客量与停车位数量统计表

	日均接待游客量 (万人次)	单日最多接待游客量 (万人次)	停车位数量 (个)
第七届	0.8	6	约 3 000
第八届	2.3	8.2	约 4 000
第九届	8 (预计)	20 (预计)	约 10 500
第十届	1.9 (预计)	7.4 (预计)	约 _____

22. 阅读下面材料:

小明遇到这样一个问题:如图9,在边长为 $a(a > 2)$ 的正方形各边上分别截取 $AE = BF = CG = DH = 1$, 当 $\angle AFQ = \angle BGM = \angle CHN = \angle DEP = 45^\circ$ 时,求正方形 $MNPQ$ 的面积.

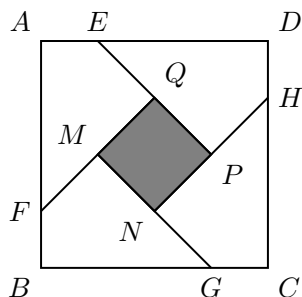


图 9

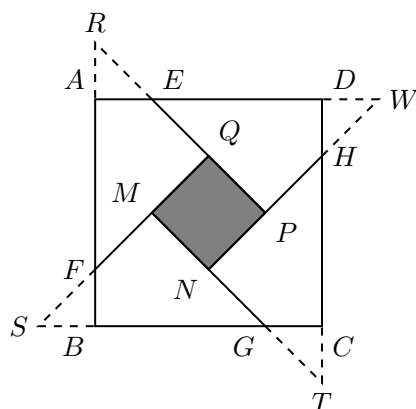


图 10

小明发现,分别延长 QE, MF, NG, PH 交 FA, GB, HC, ED 的延长线于点 R, S, T, W , 可得 $\triangle RQF, \triangle SMG, \triangle TNH, \triangle WPE$ 是四个全等的等腰直角三角形(如图10).

请回答:

- (1) 若将上述四个等腰直角三角形拼成一个新的正方形(无缝隙不重叠),则这个新正方形的边长为 _____;
- (2) 求正方形 $MNPQ$ 的面积.

参考小明思考问题的方法,解决问题:

如图11,在等边 $\triangle ABC$ 各边上分别截取 $AD = BE = CF$,再分别过点 D, E, F 作 BC, AC, AB 的垂线,得到等边 $\triangle RPQ$,若 $S_{\triangle RPQ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,则 AD 的长为 _____.

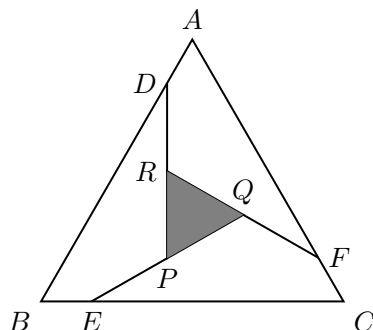


图 11

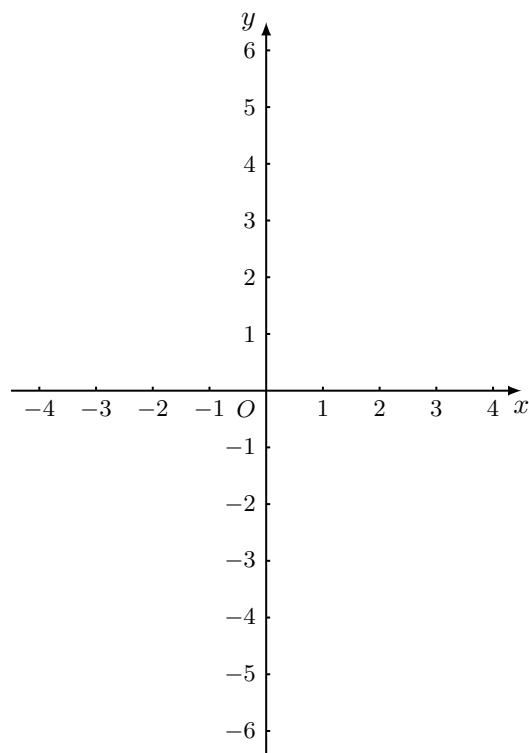
五. 解答题, 本大题共 3 小题共 22 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 7 分, 第 25 题 8 分

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = mx^2 - 2mx - 2 (m \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A , 其对称轴与 x 轴交于点 B .

(1) 求点 A, B 的坐标;

(2) 设直线 l 与直线 AB 关于该抛物线的对称轴对称, 求直线 l 的解析式;

(3) 若该抛物线在 $-2 < x < -1$ 这一段位于直线 l 的上方, 并且在 $2 < x < 3$ 这一段位于直线 AB 的下方, 求该抛物线的解析式.



24. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha (0^\circ < \alpha < 60^\circ)$, 将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到线段 BD .

(1) 如图12, 直接写出 $\angle ABD$ 的大小(用含 α 的式子表示);

(2) 如图13, $\angle BCE = 150^\circ$, $\angle ABE = 60^\circ$, 判断 $\triangle ABE$ 的形状并加以证明;

(3) 在(2)的条件下, 连接 DE , 若 $\angle DCE = 45^\circ$, 求 α 的值.

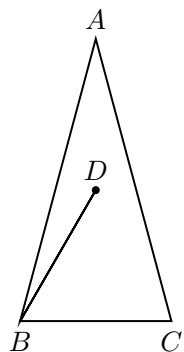


图 12

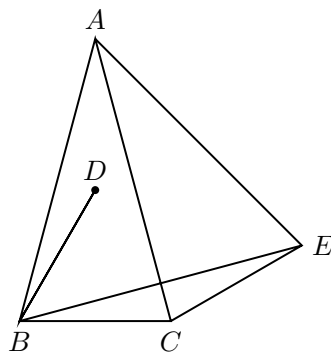


图 13

25. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和 $\odot C$, 给出如下定义: 若 $\odot C$ 上存在两个点 A, B , 使得 $\angle APB = 60^\circ$, 则称 P 为 $\odot C$ 的关联点.

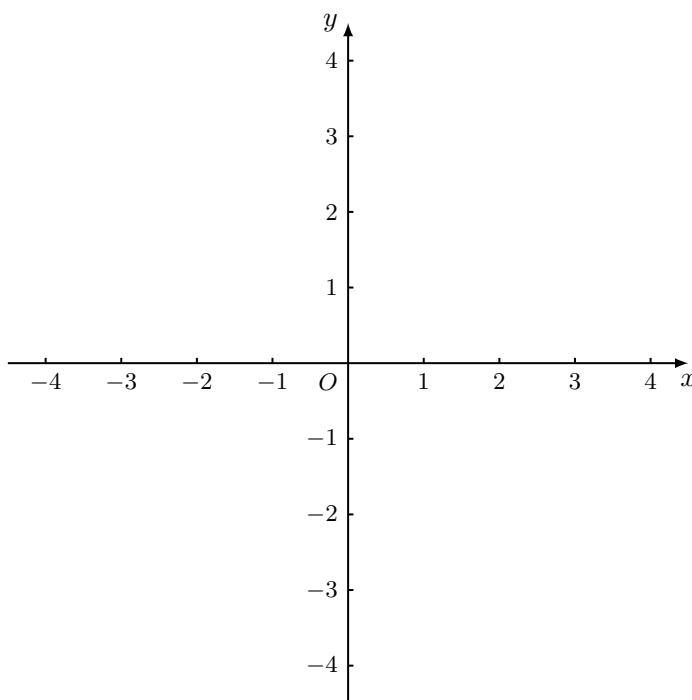
已知点 $D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), E(0, -2), F(2\sqrt{3}, 0)$.

(1) 当 $\odot O$ 的半径为 1 时,

① 在点 D, E, F 中, $\odot O$ 的关联点是 _____;

② 过点 F 作直线 l 交 y 轴正半轴于点 G , 使 $\angle GFO = 30^\circ$, 若直线 l 上的点 $P(m, n)$ 是 $\odot O$ 的关联点, 求 m 的取值范围;

(2) 若线段 EF 上的所有点都是某个圆的关联点, 求这个圆的半径 r 的取值范围.



2013 年北京高级中等学校招生考试 数 学 试 卷 简 要 答 案

本试卷共 120 分. 考试时长 120 分钟. 考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上答无效. 考试结束后, 将本卷和答题卡一并交回.

一. 选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分

1. B
2. D
3. C
4. C
5. B
6. A
7. B
8. A

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分

9. $a(b-2)^2$
10. $y = (x-1)^2$; 注: 答案不确定, 只要满足题设即可
11. 20
12. $-\frac{3}{2}, -\frac{1}{3}; 0, -1$;

注: A_4 与 A_1 重合, 用字母表示各点坐标, 分母不能为零, 从而得最后一空答案, 这是一种思路;
或直接观察, 找不能循环的点

三. 解答题, 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分

13. 略; 有意思的是, 北京今年第 1 题与第 2 题与以前相比, 位置对调; 第 13 题与第 14 题亦是
14. 5.
15. $-1 < x < \frac{1}{5}$.
16. 12.
17. 2.5.
18. (1) $k < \frac{5}{2}$;
(2) $k = 2$

四. 解答题, 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

19. (1) 略;

$$(2) DE = \sqrt{13}.$$

20. (1) 略; 提示: 注意切线长定理, 这里, 就是用圆的对称性;

$$(2) OE = \sqrt{5}.$$

21. (1) 0.03;

(2) 陆地面积 3.6;

水面面积 1.5; 图略;

(3) 3700.

22. (1) a ;

(2) 2.

$$AD = \frac{2}{3}.$$

注: 按题目的思路, 可以看是平移变换, 出题人的意图, 具体可参见以后的标准答案

五. 解答题, 本大题共 3 小题共 22 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 7 分, 第 25 题 8 分

23. (1) $A(0, -2), B(1, 0)$;

$$(2) y = -x - 2;$$

$$(3) y = 2x^2 - 4x - 2.$$

$$24. (1) \angle ABD = \frac{60^\circ - \alpha}{2};$$

(2) 等边 $\triangle ABE$; 提示: 等腰三角形共顶点旋转模型, 即手拉手基本图形逆向应用

(3) $\alpha = 30^\circ$. 提示: D 为 $\triangle ABC$ 的外心

25. (1) ① D, E ;

$$\textcircled{2} 0 \leq m \leq \sqrt{3};$$

(2) $r \geq 1$.

提示: 当点在圆内或圆上时, 满足题设; 因为本问即求最小圆的半径, 而由对称性, 此时圆心在线段的中点